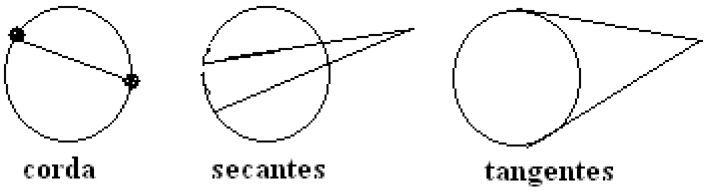
RELAÇOES MÉTRICAS NA CIRCUNFERENCIA

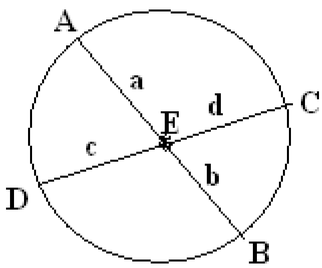
É necessário relembrar o que são cordas, retas secantes e retas tangentes, veja a figura abaixo a identificação de cada uma delas.



TEOREMA 1

Quando duas cordas se cruzam e seu ponto de interseção localiza-se dentro da circunferência, o produto da medida dos dois segmentos de uma corda é igual ao produto da medida dos dois segmentos da outra corda.

Lembrando, cordas são segmentos que vai de uma extremidade a outra da circunferência.

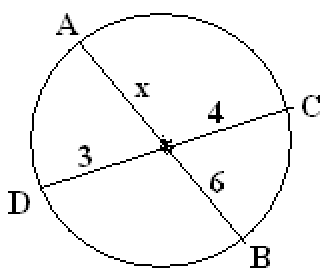


Veja que na corda AB temos dois segmento **a** e **b** e na corda DC temos os segmentos **c** e **d** .

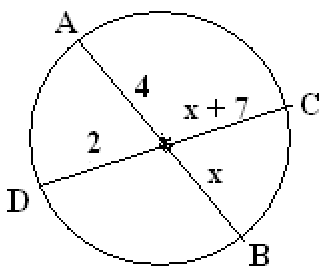
Pelo teorema temos : **a . b = c . d**

- ✓ Calcule o valor de x.

a)



b)



a) x . 6 = 3 . 4 resolve a multiplicação

6x = 12 o 6 vai dividir

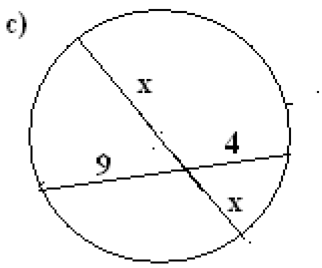
$x = \frac{12}{6}$ resolvendo a divisão temos **x = 2**

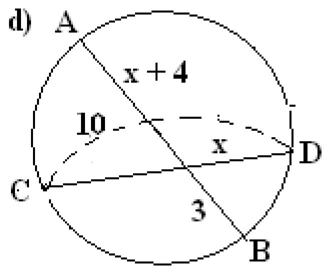
b) 4 . x = 2 . (x + 7) coloca x + 7 dentro de parêntese, pois vai ser multiplicado por 2

4x = 2x + 14 separa variáveis

4x – 2x = 14 resolve a subtração

2x = 14 o 2 vai dividir $x = \frac{14}{2}$ e ai temo s **x = 7**





c) aplicando o teorema

x . x = 9 . 4 resolve as multiplicações

x^2 = 36 equação do 2° grau do tipo AC o expoente vira raiz

$x = \sqrt{36}$ não tem o + ou – da raiz porque se trata de medida e não existe medida negativa

X = 6

d) no segmento CD 10 é o valor total, logo o tamanho total menos um dos segmentos nos dar o valor do outro segmento, então os dois segmentos de CD são: 10 – x e x

x . (10 – x) = 3 . (x + 4) resolve as multiplicações

10x – x^2 = 3x + 12 como tem x^2 será equação do 2ª grau leva todos para o 1° membro

-x^2 + 10x – 3x – 12 = 0 resolve termos semelhantes

-x^2 + 7x – 12 = 0 equação negativa é melhor multiplicar por -1

x^2 – 7x + 12 = 0 vamos calcular o delta

$\Delta = b^2 - 4.a.c$ substitui os valores de a,b e c

$\Delta = (-7)^2 - 4.1.12$ resolve a potência e as multiplicações

$\Delta = 49 - 48$ resolve

$\Delta = 1$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ substitui os valores

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2.1}$ elimina o parêntese, resolve a raiz e faz a multiplicação

$x = \dfrac{7 \pm 1}{2}$ faz x' e x''

$x' = \dfrac{7+1}{2}$ soma e divide

$x' = 4$

$x'' = \dfrac{7-1}{2}$ subtrai e divide

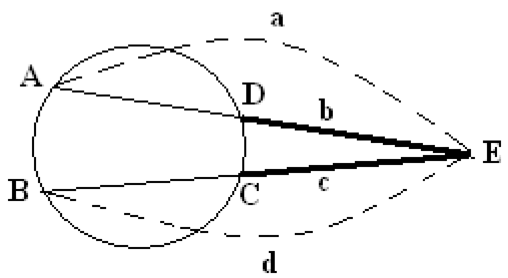
$x'' = 3$

Como os dois valores de x são positivos, então os dois valem como solução.

TEOREMA 2

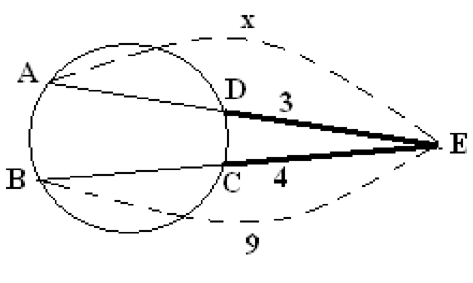
Traçando duas secantes que partem de um mesmo ponto exterior a circunferência, teremos em cada secante dois segmentos um interno a circunferência e outro externo a circunferência.

Pelo teorema o produto da medida do segmento total pela medida do segmento externo de uma secante é igual ao produto da medida do segmento total pela medida do segmento externo da outra secante.



Pelo teorema: **a . b = d . c**

- ✓ Calcule o valor de x

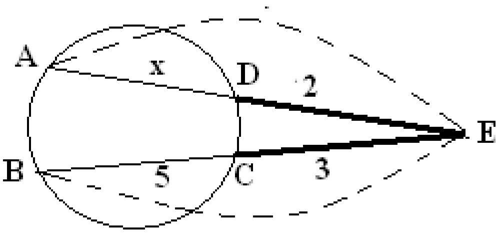


$x \,.\, 3 = 9 \,.\, 4$ resolve a multiplicação

$3x = 36$ o três vai dividir

$x = \frac{36}{3}$ resolve a divisão e **x = 12**

- ✓ Calcule o valor de x



O tamanho total de AE é (x + 2) e o tamanho total de BE é (5 + 3)

Pelo teorema:

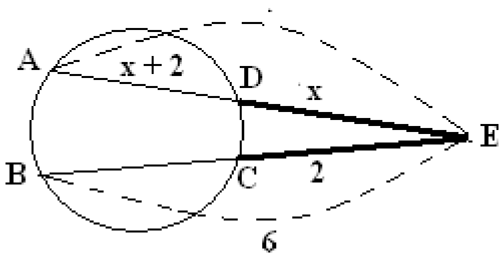
$(x + 2) \,.\, 2 = 8 \,.\, 3$ resolve as multiplicações

$2x + 4 = 24$ separa a variável

$2x = 24 - 4$ resolve a subtração

$2x = 20$ o 2 vai dividir $x = \frac{20}{2}$ e ai **x = 10**

- ✓ Na figura abaixo, quanto mede o segmento AD?



O tamanho total do segmento AE vai ser $x + 2 + x = (2x + 2)$

O tamanho total do segmento BE é 6

Pelo teorema:

$(2x + 2) \,.\, x = 6 \,.\, 2$ resolve as multiplicações

$2x^2 + 2x = 12$ equação do 2° grau iguala a zero

$2x^2 + 2x - 12 = 0$ calcula o delta

$\Delta = b^2 - 4.a.c$ substitui os valores

$\Delta = 2^2 - 4.2.(-12)$ resolve potência e multiplicação

$\Delta = 4 + 96$ soma

$\Delta = 100$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$ substitui os valores

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{100}}{2.2}$ resolve a raiz e a multiplicação

$x = \dfrac{2 \pm 10}{4}$ faz x' e x''

$x' = \dfrac{2+10}{4}$ soma

$x' = \dfrac{12}{4}$ faz a divisão

x' = 3

$x'' = \dfrac{2-10}{4}$ subtrai

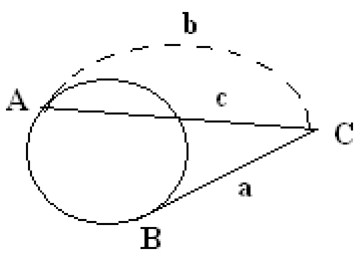
$x'' = \dfrac{-8}{4}$ faz a divisão

x'' = -2 não existe medida negativa

Solução apenas x=3

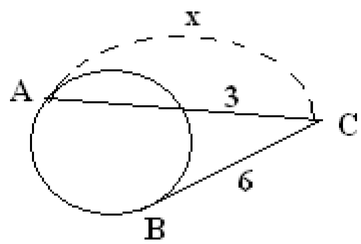
TEOREMA 3

O quadrado da tangente é igual ao produto da medida total da secante pelo segmento externo da secante.



Pelo teorema: $\mathbf{a^2 = b \cdot c}$

- ✓ Calcule o valor de x

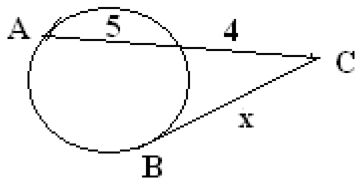


$6^2 = x \cdot 3$ resolve a potência

36 = 3x ou 3x = 36 o três vai dividir

$x = \frac{36}{3}$ que **x = 12**

- ✓ Calcule o valor de x



O tamanho total do segmento AC é 5 + 4 = 9

$x^2 = 9 \cdot 4$ resolve a multiplicação

$x^2 = 36$ o expoente 2 vira raiz

$x = \sqrt{36}$ resolve a raiz

x = 6